

ЗАКАРПАТСЬКИЙ УГОРСЬКИЙ ІНСТИТУТ ІМ. Ф. РАКОЦІ ІІ  
КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ ТА ІНФОРМАТИКИ  
II. RÁKÓCZI FERENC KÁRPÁTALJAI MAGYAR FŐISKOLA  
MATEMATIKA ÉS INFORMATIKA TANSZÉK

**ПРОГРАМА  
ВСТУПНОГО ВИПРОБУВАННЯ  
З МАТЕМАТИКИ  
для вступників на ІІ курс навчання  
за освітнім ступенем «Бакалавр»**

**ÍRÁSBELI FELVÉTELI FELADATOK  
TÉMAKÖREI  
MATEMATIKÁBÓL**

**BSC szintű képzés II. évfolyamára felvételizőknek**



Kidolgozták  
a II. Rákóczi Ferenc Kárpátaljai Magyar Főiskola  
Matematika és informatika tanszékének munkatársai:

Bódi Béla  
Bódi Viktor  
Dzamko Viktória  
Petenykó László  
Kucsinka Katalin  
Kulin Judit  
Pallay Dezső  
Beregszászi István  
Kudlotyák Csaba

## **Előszó**

Jelen tájékoztató a II. Rákóczi Ferenc Kárpátaljai Magyar Főiskola matematika bachelor képzésére jelentkező és itt matematika írásbeli vizsgát tevő hallgatók számára nyújt segítséget. Az írásbeli vizsga feladatsorát a felvételi bizottság tagjai állítják össze a matematika BSc képzés követelményei alapján.

A felvételi rendszere és a dolgozatok pontozása az állami elvárásokhoz igazodva többször is változott a főiskola történetében. Az idén meghirdetésre kerülő szakjainkról, valamint az adott szakokra kötelező felvételi rendszerről, a dolgozatok pontozásáról és értékeléséről, a szóbeli vizsgák témaköreiről intézményünk Felvételi tájékoztatója nyújt bővebb tájékoztatást.

A matematika felvételi vizsga megírására 120 perc áll a jelentkezők rendelkezésére.

A matematika írásbeli felvételi vizsga feladatsora 14 feladatból áll. A feladatok a Lineáris algebra, Matematikai analízis, és Analitikus geometria témaköreihez kapcsolódnak. A feladatsor 1-10 feladata 2 pontot ér, a 11-14 feladatok 20 pontot érnek.

A felvételi vizsgán összesen 100 pont szerezhető. Az érvényes vizsgához a felvételizőnek ebből legalább 20 pontot kell megszereznie.

## A vizsga témakörei

### Lineáris algebra

#### **Mátrixalgebra**

Mátrixok és determinánsaik. Műveletek mátrixokkal. A determináns fogalma és tulajdonságai. Determinánsok kiszámítása. Laplace tétele. Mátrixok szorzatának determinánsáról szóló tétel. Inverz mátrix. Inverz mátrix létezésének kritériuma. Inverz mátrix meghatározásának módszere.

#### **Lineáris egyenletrendszerek**

Lineáris egyenletrendszerek elméletének alapjai. Lineáris egyenletrendszerek megoldása Gauss-módszerrel, Cramer szabállyal. Mátrix rangja, mátrix rangjának meghatározására szolgáló módszerek. Lineáris egyenletrendszerek megoldhatóságának kritériuma. Kronecker—Capelli tétele. Homogén lineáris egyenletrendszerek és megoldásaik.

#### **Lineáris terek**

Lineáris tér fogalma,  $n$  dimenziós vektortér  $R^{(n)}$ . Lineáris összefüggőség. Végesen generált vektortér bázisa és dimenziója. Lineáris tér alterei. Lineáris terek izomorfizmusa. Átmenet mátrixa. Lineáris alterek összegének és metszetének bázisa.

#### **Euklideszi terek**

Euklideszi tér fogalma. Ortogonális vektorok az euklideszi térben. Euklideszi tér ortonormált bázisa. Ortogonalizációs eljárás euklideszi terekben. Szimmetrikus és ortogonális lineáris operátorok és ezek tulajdonságai, saját vektorjaik.

#### **Többváltozós polinomok**

Többváltozós polinomok fogalma. Szimmetrikus polinomok. Elemi szimmetrikus polinomok és tulajdonságaik. Szimmetrikus polinom megadása elemi szimmetrikus polinomok polinomjaként.

### Matematikai analízis

#### **Számhalmazok. Számsorozatok**

Halmaz fogalma. Műveletek halmazokkal és azok tulajdonságai. Valós számok halmazának definiálására szolgáló axiómarendszer. Számhalmaz pontos felső és alsó korlátja. Konvergens sorozatok. Műveletek számsorozatokkal. Konvergens sorozatok tulajdonságai. Részsorozatok. Cauchy kritérium számsorozatok konvergenciájára. Az  $e$  szám.

#### **Függvények határértéke. Folytonos függvények**

Függvény fogalma. Függvények határértéke Cauchy és Heine szerint, a két meghatározás ekvivalenciája. Nevezetes határértékek. Függvények pontbéli határértékének tulajdonságai. Egyoldalú határértékek. Függvények szakadási pontjai és azok fajtái. Monoton függvény pontbéli határértékének létezéséről szóló tétel.

Inverz függvény létezéséről és folytonosságáról szóló tétel. Weierstrass első és második tétele. Cauchy tétele. Függvények egyenletes folytonossága.

#### **Derivált és alkalmazása**

A derivált definíciója. A derivált mértani és fizikai alkalmazása. Függvények monotonitásának vizsgálata derivált segítségével. Lokális szélsőérték helyek, azok létezésének szükséges feltételei. Egyoldalú deriváltak. Magasabb rendű deriváltak és differenciálok. Inflexiós pontok. Aszimptoták. Teljes függvényvizsgálat vázlata. Taylor képlete. L'Hopital-szabály,  $0/0$  és  $\infty/\infty$ -típusú határértékek meghatározására.

### **Integrálszámítás**

Primitív és tulajdonságai. Függvény integrálhatóságának szükséges és elégséges feltétele. Elemi függvények primitívjei. Határozatlan integrál számítása változócsere segítségével. Parciális integrálás. Racionális, némely irracionális és néhány transzcendens függvény integrálása. Integrál definíciója Riemann szerint. Függvények Riemann integrálhatósága Riemann és Darboux szerint. Függvények Riemann integrálhatóságának szükséges és elégséges feltétele. Newton Leibniz formula. Parciális integrálás Riemann integrálokra. A határozott integrál geometriai alkalmazása: görbevonallú trapéz területének meghatározása, ívhossz kiszámítása, forgástestek térfogatának kiszámítása. Improprius integrál nem korlátos intervallumon vagy nem korlátos függvényről. Improprius integrálok konvergenciája és abszolút konvergenciája.

### **Analitikus geometria**

#### **Vektoralgebra elemei**

A vektor fogalma műveletek vektorokkal. Vektorok összeadása és tulajdonságai. Vektorok összegének meghatározása: háromszög szabály, paralelogramma szabály. Vektorok kivonása. Vektor számmal való szorzása és tulajdonságai. Vektorok skaláris szorzata és tulajdonságai. Vektorok vektoriális szorzata és tulajdonságai. Vektorok vegyesszorzata és tulajdonságai. Különböző koordinátarendszerek. Vektor koordinátája. Műveletek vektorokkal koordináta alakban.

#### **Elsőrendű mértani alakzatok**

Az egyenes különböző egyenletei a síkon. Az egyenes általános egyenletének vizsgálata. Két egyenes kölcsönös helyzete a síkon. Az egyenes és a sík egyenlete a térben. A sík általános egyenletének vizsgálata a térben. Két egyenes kölcsönös helyzete a térben. Két sík kölcsönös helyzete a térben. Az egyenes és a sík kölcsönös helyzete a térben.

#### **Másodrendű görbék elmélete**

Másodrendű görbék: ellipszis, hiperbola, parabola. Az ellipszis, a hiperbola és a parabola kanonikus egyenlete. Másodrendű görbék általános egyenletének vizsgálata. Másodrendű görbék egyenletének invariánsai. Másodrendű görbék általános egyenletének kanonikus alakra való vezetése.

# ÍRÁSBELI FELVÉTELI FELADATOK MATEMATIKÁBÓL

## „BSc” képzési szint 2. évfolyamára felvételizők számára

Az 1-10. feladatok mindegyikében négy lehetséges válasz közül karikázza be az egyetlen helyes megoldásnak megfelelő betűt. A helyes megoldásért feladatonként 2 pont jár.

1. Hány olyan  $x_0$  pont van amelyikben a következő határérték nem véges:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 + x}{3x^3 + 2x^2 - x}$

- |       |               |
|-------|---------------|
| a) 0; | b) $\infty$ ; |
| c) 1; | d) -1.        |

2. Számolja ki az  $y = 1 - x^2$  görbe és az abszcissza tengely által határolt síkidom területét!

- |                    |                    |
|--------------------|--------------------|
| a) $\frac{1}{3}$   | b) $\frac{2}{3}$ ; |
| c) $\frac{4}{3}$ ; | d) 1.              |

3. Számolja ki  $\int_{\frac{1}{2}}^1 \left( \frac{1}{x^2} - 2 \right) dx$

- |        |                    |
|--------|--------------------|
| a) 0;  | b) 1;              |
| c) -1; | d) інша відповідь. |

4. Adja meg az  $f(x) = 4x^3 + 2x - 3x^2 - 1$  függvény egy olyan primitívjét, mely áthalad az  $A(1; -1)$  ponton.

- |                                |                          |
|--------------------------------|--------------------------|
| a) $x^4 + x^2 - x - 1$ ;       | b) інша відповідь;       |
| c) $x^4 - x^3 + x^2 - x - 1$ ; | d) $x^4 - x^3 + x^2 - 1$ |

5. Adja meg az  $y = \frac{3}{x} + \frac{x}{3}$  függvény kritikus pontjait:

- |              |                         |
|--------------|-------------------------|
| a) 2;        | b) más a helyes válasz; |
| c) -2; 2; 0; | d) -2; 2.               |

6. Határozza meg a  $-\sqrt{12} + 2i$  komplex szám trigonometrikus alakját:

- |                                             |                                               |
|---------------------------------------------|-----------------------------------------------|
| a) $4(\cos 150^\circ + i \sin 150^\circ)$ ; | b) $4(\cos(-30^\circ) + i \sin(-30^\circ))$ ; |
| c) $4(\cos 30^\circ + i \sin 30^\circ)$ ;   | d) $4(\cos 60^\circ + i \sin 60^\circ)$ .     |

7. Számítsa ki a következő determináns értékét:

$$\begin{vmatrix} 5 & 1 & -4 & 6 \\ -3 & 2 & 5 & -1 \\ 6 & 0 & -3 & 9 \\ -3 & 4 & 2 & 2 \end{vmatrix}$$

- a) -234;                                                  b) інша відповідь;  
c) 234;                                                  d) 0.

8. Határozza meg az  $x = (3, 4, 9)$  vektor koordinátáit a következő bázisban  $a_1 = (1, 6, 1)$ ,  $a_2 = (3, 4, -1)$ ,  $a_3 = (1, -8, 2)$ !

- a)  $(-1, 4, 2)$ ;                      b)  $(4, -1, 2)$ ;  
c)  $(1, 1, 3)$ ;                        d)  $(-1, 2, 3)$ .

9. Határozza meg két adott vektor skaláris szorzatát, ha  $\bar{a} = -2\bar{p} + 5\bar{q}$ ;  $\bar{b} = \bar{p} + 3\bar{q}$ ; ahol  $\bar{p}$  és  $\bar{q}$  két egymásra merőleges egységvektor:

- [illegible]

10. Határozza meg annak az egyenesnek az egyenletét, amely az OX tengelyt  $30^\circ$  szög alatt metszi, és az OY tegelyből  $b = -1$  részt vág ki.

- a)  $y = -\frac{1}{\sqrt{3}}x - 1$ ;      b)  $y = \frac{1}{\sqrt{3}}x - 1$ ;  
c)  $y = -\frac{1}{\sqrt{3}}x + 1$ ;      d)  $y = \frac{1}{\sqrt{3}}x + 1$ .

*A 11-14. feladatok megoldását külön a mellékelt lapon végezze el feltüntetve a feladat számát. A megoldásnak tartalmaznia kell a szükséges magyarázatokat és ábrákat. A helyes megoldásáért járó maximális pontszám a mindegyik feladat esetében zárójelben van feltüntetve.*

11. Bizonyítsa be teljes matematikai indukció segítségével, hogy  $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$ ;

bármely természetes  $n$  szám esetére! (20p)

12. Számolja ki :  $\int \frac{x+2}{x^4-1} dx$  ! (20p)

13. Keresse meg a  $\varphi$  lineáris leképezés összes saját értékét és az ezen értékekhez tartozó saját vektorokat, ha ismert a lineáris leképezés mátrixa a kanonikus bázisban:

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 1 & -5 \\ 3 & 2 & -3 \\ 7 & 1 & -6 \end{pmatrix} ! (20p)$$

14. Vizsgáljuk az  $\vec{a}(-3;3;8)$ ,  $\vec{b}(3;-2;-6)$  vektorokat. Számolja ki az  $\vec{a} \times \vec{b}$  vektoriális szorzatot! Mekkora az  $\vec{a}$  és  $\vec{b}$  vektorra szerkesztett paralelogramma területe? (20p)