

ЗАКАРПАТСЬКИЙ УГОРСЬКИЙ ІНСТИТУТ ІМ. Ф. РАКОЦІ ІІ
КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ ТА ІНФОРМАТИКИ
II. RÁKÓCZI FERENC KÁRPÁTALJAI MAGYAR FŐISKOLA
MATEMATIKA ÉS INFORMATIKA TANSZÉK

**ПРОГРАМА
ВСТУПНОГО ВИПРОБУВАННЯ
З МАТЕМАТИКИ
для вступників на навчання
за освітнім ступенем «Магістр»**

**ÍRÁSBELI FELVÉTELI FELADATOK
TÉMAKÖREI
MATEMATIKÁBÓL**

„Magiszteri” képzési szintre felvételizők számára



Берегово / Beregszász

2021

Розробники програми
викладачі кафедри Математики та інформатики
Закарпатського угорського інституту імені Ференца Ракоці II:

Бовді В.А. доктор фіз.мат наук

Берегсасі С.С.

Головач Й.І. доктор техн. наук

Тилищак О.А. доктор фіз.-мат наук

Козлакова Г.О. доктор пед. наук

Кучінка К.Й. кандидат фіз.-мат наук наук

Кулін Ю.І.

Поллої Д.Ф.

Роман Е.Й.

Вступ

Даний посібник містить інформацію для абітурієнтів, які поступають в Закарпатський угорський інститут ім. Ференца Ракоці ІІ на другий (магістерський) рівень. Завдання складає приймальна комісія на основі ОП 014 Середня освіта (Математика) рівень бакалавра.

Система вступу та система оцінювання іспитів відповідно законодавству України піддавалися змінам в нашому закладі. Про спеціальності та про вимоги вступних іспитів а також їх про оцінювання можна докладніше прочитати в **Правилах прийому** нашого інституту.

На виконання завдань вступного іспиту відводиться 60 хвилин.

Вступний іспит проводиться у письмовій формі та складається з п'яти завдань. Це тематичні завдання з наступних тем: Лінійна алгебра, Математичний аналіз, Теорія ймовірності, Диференціальні рівняння, Аналітична геометрія. За кожне правильне рішення абітурієнт отримує балів.

Максимальний бал вступного іспиту 100 балів, поріг вступу 60 здобутих іспитних балів. Оцінювання знання здійснюється за наступною таблицею.

Шкала оцінювання: національна та ECTS A nemzetközi és nemzeti osztályozás skálája

Сума балів за всі види навчальної діяльності Az összpontszám az összes tanulmányi teljesítmény alapján	Оцінка ECTS Osztályzat az ECTS szerint	Оцінка за національною шкалою Osztályzat a nemzeti skála alapján	
		для екзамену, курсового проекту (роботи), практики vizsga, évfolyammunka, gyakorlat	для заліку beszámoló
90-100	A	відмінно / jeles	зараховано megfelelt
82-89	B	добре / jó	
75-81	C		
64-74	D	задовільно / elégséges	
60-63	E		
35-59	FX	незадовільно з можливістю повторного складання elégtelen a pótvizsga lehetőségével	не зараховано з можливістю повторного складання nem felelt meg, a pótbeszámoló lehetőségével
0-34	F	незадовільно з обов’язковим повторним вивченням дисципліни elégtelen, a tárgy újrafelvételének kötelezettségével	не зараховано з обов’язковим повторним вивченням дисципліни nem felelt meg, a tárgy újrafelvételének kötelezettségével

Тематика іспиту

A vizsga témakörei

Лінійна алгебра

Алгебра матриць

Матриці та їх визначники. Лінійні дії з матрицями. Поняття визначника та його властивості. Обчислення визначників. Теорема Лапласа. Теорема про визначник добутку матриць. Обернена матриця. Критерій існування оберненої матриці. Методи знаходження оберненої матриці.

Система лінійних рівнянь

Основні поняття теорії системи лінійних рівнянь. Розв'язування систем лінійних рівнянь методом Гауса та правилом Крамера. Ранг матриці та методи його обчислення. Критерії сумісності систем лінійних рівнянь. Теорема Кронекера — Капеллі. Система лінійних однорідних рівнянь та їх розв'язки.

Лінійні простори

Поняття лінійного простору. n -вимірний векторний простір $R^{(n)}$. Лінійна залежність векторів. Розмірність та базис скінчено породженого векторного простору. Підпростори лінійного простору. Ізоморфізм лінійних просторів. Матриця переходу. Базис суми і перетину лінійних підпросторів.

Евклідові простори

Поняття евклідового простору. Ортогональні вектори в евклідовому просторі. Ортонормований базис евклідового простору. Процес ортогоналізації в евклідовому просторі. Симетричні та ортогональні оператори та їх власні значення і власні вектори.

Многочлен від багатьох змінних

Поняття многочленів від багатьох змінних. Симетричні многочлени. Елементарні симетричні многочлени та їх властивості. Подання симетричного многочлена у вигляді многочлена від елементарних симетричних многочленів.

Числові множини. Числові послідовності

Поняття множини. Операції над множинами та їх властивості. Система аксіом, що визначає множину $\mathbb{R}$ дійсних чисел. Точна верхня і точна нижня межі числової множини. Збіжні послідовності. Арифметичні дії над числовими послідовностями. Властивості збіжних послідовностей. Підпослідовності. Критерій Коші збіжності числової послідовності. Невизначені вирази. Число e .

Границя функції. Неперервні функції.

Поняття функції. Рівносильність означень Коші і Гейне границі функції в точці. Чудові границі. Властивості границі функції в точці. Односторонні границі. Точки розриву функції та їх класифікація. Теорема про існування границі монотонної функції в точці. Теорема про існування і неперервність оберненої функції. Перша та друга теореми Вейерштраса і теорема Коші. Рівномірна неперервність функції

Похідна та її застосування

Означення похідної. Фізична та геометрична інтерпретація похідної. Правила обчислення похідних. Таблиця похідних. Дослідження монотонності функції за допомогою похідних. Точка локального екстремума. Необхідні умови. Односторонні похідні. Похідні й диференціали вищих порядків. Точки перегину. Асимптоти. Схема повного дослідження

функції. Формула Тейлора. Розкриття невизначеностей „ $\frac{0}{0}$ ” та „ $\frac{\infty}{\infty}$ ” за допомогою правила Лопітала

Інтегральне числення

Первісна та її властивості. Необхідна й достатня умова інтегрованості функції. Таблиця основних інтегралів. Формула заміни змінної та формула інтегрування частинами для невизначеного інтегралу. Інтегрування раціональних функцій. Інтегрування деяких ірраціональностей та деяких трансцендентних функцій. Означення інтеграла Рімана. Критерії Дарбу і Рімана інтегрованості функції за Ріманом. Необхідна та достатня умова інтегрованості функції за Ріманом. Формула Ньютона-Лейбніца. Формула інтегрування частинами для інтеграла Рімана. Застосування визначеного інтеграла до геометрії: площа криволінійної трапеції, довжина кривої, об'єм тіла обертання. Невласний інтеграл по необмеженому проміжку та від необмеженої функції. Абсолютна та умовна збіжності невластивих інтегралів.

Функціональні ряди. Степеневі ряди.

Поточкова та рівномірна збіжність. Критерій Коші рівномірної збіжності функціональних рядів. Теорема про неперервність граничної функції. Почленне інтегрування і диференціювання функціонального ряду. Означення степеневому ряду. Радіус та інтервал збіжності степеневому ряду. Властивості суми степеневому ряду, почленне диференціювання та інтегрування степеневих рядів. Ряд Тейлора. Ряд Маклорена основних елементарних функцій. Формула Ейлера.

Диференціальне числення функцій кількох змінних.

Простір R^n . Збіжність і компактність в R^n . Диференційованість функції кількох змінних в точці, умови диференційованості. Похідна функції за напрямком і градієнт. Похідні та диференціали вищих порядків. Теорема про рівність змішаних похідних. Локальний екстремум функції кількох змінних. Умовний екстремум. Формула Тейлора.

Кратні інтеграли Рімана.

Теорія ймовірності

Основні поняття теорії ймовірностей.

Простір елементарних подій. Випадкові події як підмножини у просторі елементарних подій. Алгебра та σ -алгебра подій. Класичне означення ймовірності. Скінченний ймовірнісний простір. Геометричні ймовірності. Умовні ймовірності та їх властивості. Формула повної ймовірності. Формули Байєса. Незалежні випадкові події.

Випадкові величини та їх числові характеристики

Дискретні випадкові величини. Багатомірні випадкові величини. Загальне означення випадкової величини. Розподіл функцій від випадкової величини. Абсолютно неперервні функції розподілу. Щільність розподілу та її властивості. Незалежність випадкових величин. Математичне сподівання. Властивості математичного сподівання. Дисперсія випадкової величини. Числові характеристики випадкових векторів.

Деякі визначні розподіли

Біноміальний розподіл. Геометричний розподіл та його властивості. Гіпергеометричний розподіл. Розподіл Пуассона. Функція розподілу випадкової величини та її властивості: неперервний, показниковий, нормальний.

Диференціальні рівняння

Звичайні диференціальні рівняння першого порядку

Задача Коші та її геометричне та механічне тлумачення. Умови існування та єдиності розв'язку задачі Коші.

Рівняння з відокремлюваними змінними та звідні до них.

Рівняння з відокремлюваними змінними типу $y' = f(ax + by + c)$. Однорідні рівняння. Рівняння, звідні до однорідних. Геометричне та механічне тлумачення диференціального рівняння першого порядку та його розв'язків.

Рівняння у повних диференціалах.

Рівняння у повних диференціалах. Інтегрувальний множник та деякі способи його знаходження.

Лінійні диференціальні рівняння та звідні до них

Лінійне рівняння та методи його розв'язування. Рівняння Я. Бернуллі. Рівняння Ріккати.

Неявні диференціальні рівняння першого порядку

Задача Коші. Умова Ліпшиця. Умови існування та єдності розв'язку.

Диференціальні рівняння вищих порядків

Лінійні однорідні диференціальні рівняння n -го порядку; основні означення й поняття. Властивості розв'язків лінійного однорідного рівняння. Формула Остроградського – Ліувілля.

Лінійні однорідні диференціальні рівняння n -го порядку зі сталими коефіцієнтами

Метод Ейлера. Диференціальні рівняння, звідні до рівнянь зі сталими коефіцієнтами: Рівняння Ейлера, рівнянням Лагранжа.

Диференціальні рівняння вищих порядків, які допускають зниження порядку

Рівняння, яке не містить шуканої функції та кількох послідовних похідних. Рівняння, яке не містить незалежної змінної. Рівняння, однорідне відносно шуканої функції та її похідних.

Аналітична геометрія

Елементи векторної алгебри

Поняття вектора, дії над векторами. Додавання векторів її властивості, способи побудови суми векторів. Віднімання векторів. Множення вектора на число та її властивості. Скалярний добуток векторів та його властивості. Векторний добуток векторів та його властивості. Мішаний добуток векторів та його властивості. Різні системи координат. Координати вектора. Дії з векторами в координатах.

Геометричні образи першого порядку

Різні види рівнянь прямої на площині. Дослідження загального рівняння прямої. Взаємне розташування двох прямих на площині. Рівняння прямої та площини в просторі. Дослідження загального рівняння площини в просторі. Взаємне розташування двох прямих у просторі. Взаємне розташування двох площин у просторі. Взаємне розташування прямої і площини в просторі.

Елементарна теорія ліній другого порядку

Лінії другого порядку: еліпс, гіпербола, парабола. Канонічне рівняння еліпса. Канонічне рівняння гіперболи. Канонічне рівняння параболи. Дослідження загального рівняння лінії другого порядку. Інваріанти рівняння лінії другого порядку. Зведення загального рівняння лінії другого порядку до канонічного виду.

Алгоритми і програмування

Основи програмування

Основні етапи комп'ютерного розв'язання завдань. Алгоритм. Властивості алгоритму. Блок-схеми. Проектування зверху вниз. Постановка завдання та специфікація програми, способи запису алгоритму. Програма на мові високого рівня. Порядок розробки програми і запису її тексту. Формальна мова. Лексика. Синтаксис. Семантика. Діалогові програми, інтерфейс.

Програмування на мові Pascal

Лексика мови Pascal. Синтаксис мови. Структура програми. Розділ констант, типів, змінних, процедур і функцій та операторів. Блокова структура програм. Структура блоку. Область дії ідентифікатора. Операції і стандартні функції. Прості оператори Паскаль. Оператор присвоювання. Організація введення-виведення. Введення даних з клавіатури. Вивід даних на екран.

Типи даних

Прості типи даних. Поняття змінної. Класифікація типів даних. Тип integer. Особливості цілої арифметики в ЕОМ. Тип real. Особливості арифметики з дійсними числами в ЕОМ. Тип char. Рядки. Тип string. Типи даних, що визначаються користувачем: множини, масиви, записи, файли. типізовані константи. Класифікація складених типів даних. Масиви. Декларація типу масиву. Статичні та динамічні масиви. Розмірність масиву. Багатовимірні масиви. Індексція масиву. Однорідна обробка елементів масиву. Записи. Визначення типу запису. Звернення до поля запису. Область дії ідентифікатора поля запису. Структурні константи.

Структурні оператори

Структурні оператори: розгалуження, повторення, ітерація. Твердження. Логічний вираз. Умовні оператори. If з простою умовою і if зі складеною умовою. Оператор вибору case. Цикл з передумовою. Циклу while з простим умовою і для циклу while зі складним умовою. Цикл з постумовою. Циклу repeat з простим умовою і для циклу repeat зі складним умовою. Цикл з лічильником for.

Підпрограми.

Побудова і використання процедур і функцій: структура, опис даних, глобальні та локальні змінні, способи передачі параметрів. Передача параметром елемента масиву. Передача параметром масиву. Побічний ефект. Процедури: опис. Оператор виклику процедури. Функції: опис, виклик. Функції: формування значення функції. Рекурсія. Рекурсія пряма і непряма. Параметри формальні і фактичні. Способи передачі параметрів. Передача параметра за значенням. Передача параметра за посиланням.

Файли

Види файлів. Текстові файли. Особливості роботи з текстовими файлами. Зв'язок файлової змінної з набором даних на зовнішніх пристроях. Відкриття текстового файлу. Закриття файлу. Читання з текстового файлу. Запис в текстовий файл. Визначення кінця файлу. Особливість обробки кінця файлу.

Методи обчислень

Розв'язання рівнянь

Теорія похибок. Похибки операцій. Похибки функцій. Розв'язання нелінійних рівнянь. Методи дихотомії, хорд, Ньютона, комбінований метод, метод фіксованої точки. Методи розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь. Розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь прямими методами – методом Гауса з вибором головного елементу. Розв'язання

систем лінійних алгебраїчних рівнянь ітераційними методами – методом простої ітерації, методом найшвидшого градієнтного спуску. Розв'язання систем нелінійних рівнянь методом простої ітерації, методом Ньютона.

Інтерполяція. Метод найменших квадратів

Інтерполяційні поліноми Лагранжа, Ньютона. Метод найменших квадратів. Чисельне диференціювання.

Інтегрування диференціальних рівнянь. Обчислення інтегралів

Розв'язання задачі Коші для звичайних диференціальних рівнянь методами Рунге-Кутта та методами Адамса. Обчислення інтегралів за складеними квадратурними формулами трапецій і парабол методом подвійного перерахунку та з оцінкою рішення за Рунге, за квадратурною формулою Гауса.

Зразок завдань фахового випробування з математики

1. Знайдіть фундаментальну систему розв'язків системи лінійних однорідних рівнянь.

$$\begin{cases} 8x_1 + 2x_2 + 9x_3 + 5x_4 = 0 \\ 4x_1 + x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 8x_1 + 2x_2 + 5x_3 + x_4 = 0 \end{cases}$$

2. Обчисліть криволінійний інтеграл $\int_L y dx + \frac{x}{y} dy$, де L – дуга кривої $y = e^{-x}$ між точками $A(0;1)$ та $B(-1;e)$.

3. Нехай функція $f(x) = \begin{cases} A \sin \frac{x}{2}, & \text{якщо } 0 < x < \pi, \\ 0, & \text{інакше} \end{cases}$ густина ймовірності випадкової величини ξ .

Знайдіть значення параметра A .

Запишіть та зобразіть функцію розподілу випадкової величини ξ .

З якою ймовірністю випадкова величина набере значення більше ніж $\frac{\pi}{2}$.

4. Складіть програму для знаходження розв'язку заданого рівняння за допомогою методу фіксованої точки, вибравши різні початкові точки для ітерації:

$$\frac{1}{2} \cdot \ln(x + 1) = 0.$$

$$x_{n+1} = x_n + \frac{1}{2} \cdot \ln(x_n + 1), \quad [-0,5; 0,5].$$

5. Напишіть програму, яка в масиві із випадковими цілочисловими значеннями визначить в ньому кількість елементів із проміжку $(-5; +5)$.

Рекомендована література

Лінійна алгебра

1. Тимченко Г.М., Одинцова О.В., Мазур О.С. Кириллова Н.О. Стислий курс вищої математики. Частина 1.: Аналітична геометрія та елементи лінійної алгебри // – Київ: Кондор. – 2016.
2. Турчанінова Л.І., Доля О.В. Практикум із вищої математики: Навчальний посібник// – Київ: Кондор. – 2007.
3. Милованов М.В., Тышкевич Р.И., Феденко А.С. Алгебра и аналитическая геометрия, Часть 1 // – Минск: Амаффея. – 2001.
4. Gaál I. Lineáris algebra // – Kosuth Egyetem kiadó. – 2003.
5. Bódi Béla Az algebra alapjai // – Ungvár: PoliPrint kiadó. – 2010.
6. Sztojka Miroszláv Felsőbb algebra. Gyakorlat támogató jegyzet. Beregszász. 2018. Old. 114. <https://felsobbalgebra.blogspot.com/>
7. Sztojka Miroszláv Algebra I. Jegyzet. Beregszász. 2019. Old. 100. <https://felsomatematika.webnode.hu/szolgaltatasok/>

Математичний аналіз

1. Жалдак М.І., Мігілін Г.О., Деканов С.Й. Математичний аналіз / – Київ: НПУ ім. М.П. Драгоманова, – 2007.
2. Rimán János Matematikai analízis I. kötet / – Eger, – 1998.
3. Rimán János Matematikai analízis feladatgyűjtemény I. kötet / – Eger, – 2002.
4. Kulin Judit, Pákh György Matematikai analízis feladatokban / Beregszász: PoliPrint Kft, – 2007.
5. Lajkó Károly Analízis / Debrecen: Matematikai és Informatikai Intézet, – 2000.
6. Csernyák László Analízis / Budapest: Nemzeti Tankönyvkiadó, – 2006.
7. Györfi Jenő A matematikai analízis elemei / Kolozsvár: Scientia Kiadó, – 2005. Tóth Zoltán Analízis Budapest: Századvég Kiadó, – 2007.

Теорія ймовірності

8. FAZEKAS ISTVÁN Valószínűesszámitás / – [Debrecen](#). : [Kossuth Egyetemi Kiadó](#), 2005
9. Denkinger Géza Valószínűesszámitás : [egyetemi tankönyv]/ [Budapest](#) : [Nemz. Tankvk.](#), 1997.
10. Fazekas István Valószínűesszámitás és statisztika / [Debrecen](#). : [Egyetemi Kiadó](#), 2007.
11. Kucsinka Katalin Valószínűesszámitás feladatgyűjtemény Beregszász, 2012, Geniusz ja
12. Tómacs Tibor Matematikai statisztika/ Eger, 2021
13. Tómacs Tibor Matematikai statisztika gyakorlatok/ Eger, 2021
14. Карташов М. В. Ймовірність, процеси, статистика / Київ Видавничо-поліграфічний центр 'Київський університет, 2008.
15. Ю. В. Жерновий ТЕОРІЯ ЙМОВІРНОСТЕЙ ТА МАТЕМАТИЧНА СТАТИСТИКА/ Львів, 2012
16. Турчин В. М. МАТЕМАТИЧНА СТАТИСТИКА/Київ 1999
17. Слюсарчук П.В. Теорії ймовірностей та математична статистика. /Ужгород – 2004

Диференціальні рівняння

18. Lajkó Károly Differenciálegyenletek/[Debrecen](#). : [Egyetemi Kiadó](#), 2003 – 83 old.
19. Lajkó Károly Kalkulus II. példatár - II.kötet a kalkulus II. és a differenciálegyenletek tárgyakhoz [Debrecen](#). : [Egyetemi Kiadó](#), 2003
20. Lajkó Károly Analízis III [Debrecen](#). : [Egyetemi Kiadó](#), 2003

21. Самойленко А. М., Парасюк І.О., Перестюк М.О. Диференціальні рівняння. Підручник Либідь, 2003, - 600 стор
22. Перестюк М. Збірник задач з диференціальних рівнянь: Навч. посібник К.ТВиМС, 2004б 224 стор

Аналітична геометрія

23. Білоусова В. П. Аналітична геометрія. Київ., “Вища школа”, 1973.
24. Мусхелишвили Н. И. Курс аналитической геометрии. Санкт-Петербург, “Лань”, 2002.
25. Scharnitzky Viktor: Matematika I. rész. Budapest, Tankönyvkiadó, 1974.
26. Pally Dezső: Analitikus geometria, Ungvár, Poliprint, 2010.

Методи обчислень

27. Faragó István, Horváth Róbert, Numerikus módszerek, tankonyvtar.math.bme.hu, 2011
28. Blahota István, Kalkulus és Maxima, ТАМОР-4.1.2.-08, 2014
29. Березин И.С., Жидков Н.П. Методы вычислений. – М: Наука, 1969.–Т.1, 2.
30. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. - М.: Наука, 1987.- 600 с.
31. Фаддеев Д.К., Фаддеева В.Н. Вычислительные методы линейной алгебры. – СПб.: Лань, 2002. – 736 с.
32. Дробышев В.И., Дымников В.П., Ривин Г.С. Задачи по вычислительной математике. – М.: Наука, 1980. – 141 с.
33. Воробьева Г.Н., Данилова А.Н. Практикум по численным методам. М.: Высш. школа, 1979. – 184 с.
34. Тарновский Т. М. Maxima максимум свободы символьных вычислений. [Электронный ресурс] Linux Format.
35. Малакаев, М.С. Основы работы с системой Компьютерной алгебры Maxima. Казань, 2012 г.